Aufgabe 1a:

Die mathematische Herleitung könnte folgendermaßen aussehen (Alternativen denkbar!):

Die Kräfte $\vec{F}_{Haft}$, $\vec{F}_G$ und $\vec{F}_N$ haben die Beträge F_{Haft}, F_G, F_N.

Es gilt: $\mu_H = \frac{F_{Haft}}{F_G}$ für $\vec{F}_{Haft} \perp \vec{F}_G$

Es sind zwei verschiedene Lösungswege aufgeführt.

1. Lösungsweg

Bei der schiefen Ebene ist $\vec{F}_{Haft} \perp \vec{F}_G$.
Daraus ergibt sich für μ_H:

$$\mu_H = \frac{F_{Haft}}{F_N}$$

Es gilt: $F_{Haft} = F_G \cdot \sin\alpha$
$F_N = F_G \cdot \cos\alpha$

Daraus folgt:

$$\mu_H = F_G > 0 \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad \text{für } F_G < 0 \wedge 0° \leq \alpha < 90°$$

$$= \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ergibt sich:

$$\tan\alpha = \frac{h}{x}$$

Satz des Pythagoras:

$$s^2 = h^2 + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = s^2 - h^2$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{s^2 - h^2} \quad \vee \quad x = -\sqrt{s^2 - h^2}$$

Man benötigt für die Lösung nur $x > 0$, d. h.:

$$x = \sqrt{s^2 - h^2}$$

Für den Haftreibungskoeffizienten μ_H erhält man

$$\mu_H = \tan\alpha \wedge \tan\alpha = \frac{h}{x} \wedge x = \sqrt{s^2 - h^2}$$

$$\Rightarrow \mu_H = \sqrt{\frac{h}{s^2 - h^2}}$$

$$= \frac{h}{\sqrt{\frac{h^2 \cdot s^2}{h^2} - h^2}}$$

$$= \frac{h}{\sqrt{h^2 \cdot \left(\frac{s^2}{h^2} - 1\right)}}$$

$$= \frac{h}{\sqrt{h^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{s^2}{h^2} - 1\right)}}$$

$$= \frac{1}{1 \cdot \sqrt{\frac{s^2}{h^2} - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{s^2}{h^2} - 1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{s}{h}\right)^2 - 1}}$$

2. Lösungsweg

Aufgabe 1a:

Es gilt: $\mu_H = \frac{F_{Haft}}{F_N}$

Satz des Pythagoras:

$$F_G^2 = F_N^2 + F_{Haft}^2 \qquad | - F_{Haft}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad F_N^2 = F_G^2 - F_{Haft}^2$$

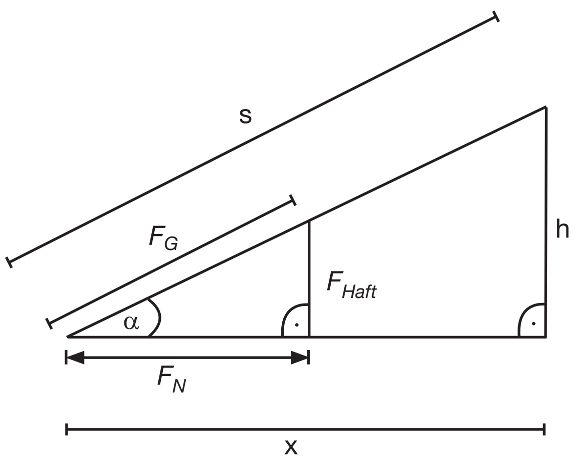
Es folgt durch Einsetzen:

$$\mu_H = \frac{F_{Haft}}{\sqrt{F_G^2 - F_{Haft}^2}} \qquad | \cdot 1;\ \text{ausklammern}$$

$$= \frac{F_{Haft}}{\sqrt{\frac{F_G^2 \cdot F_{Haft}^2}{F_{Haft}^2} - F_{Haft}^2}}$$

$$= \frac{1}{1 \cdot \sqrt{\left(\frac{F_{Haft}}{F_G}\right)^2 - 1}}$$

Anwenden der Strahlensätze



Aus dem 2. Strahlensatz ergibt sich für

$F_{Haft} \neq 0$; $F_G \neq 0$; $h \neq 0$; $s \neq 0$:

$$\frac{F_{Haft}}{F_G} = \frac{h}{s} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{F_G}{F_{Haft}} = \frac{s}{h}$$

Damit erhält man durch Einsetzen in Gleichung 1:

$$\mu_H = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{F_G}{F_{Haft}}\right)^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{s}{h}\right)^2 - 1}}$$

Falls die Trigonometrie doch schon zur Verfügung stehen sollte, kann man evtl. auf diese Formel und deren Herleitung verzichten. Man könnte leicht mit dem Taschenrechner aus den gemessenen Größen s und h mithilfe des Sinus den Winkel α ermitteln und anschließend μ als „tan α" berechnen.

Aufgabe 1b:

Eine Antwort wäre entweder einfach „Der Term F_G verschwindet komplett bei der Herleitung der Formel und wird dadurch bedeutungslos." oder „Mit Veränderung der Gewichtskraft verändern sich proportional auch die Hangabtriebs- und die Normalkraft; die Verhältnisse der Seiten im kleinen Kraftdreieck bleiben also hiervon unverändert."

$$\mu_H = \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{s}{h}\right)^2 - 1}}$$

Aus der Herleitung folgt, dass μ_H unabhängig von $\vec{F}_G$ ist. Deshalb muss man die Gewichtskraft des Klotzes nicht kennen. Es muss jedoch vorausgesetzt sein, dass der Betrag von $\vec{F}_G > 0$ ist.